Escoamentos Multifásicos

(FEN03711)

Prof. Gustavo Rabello Anjos

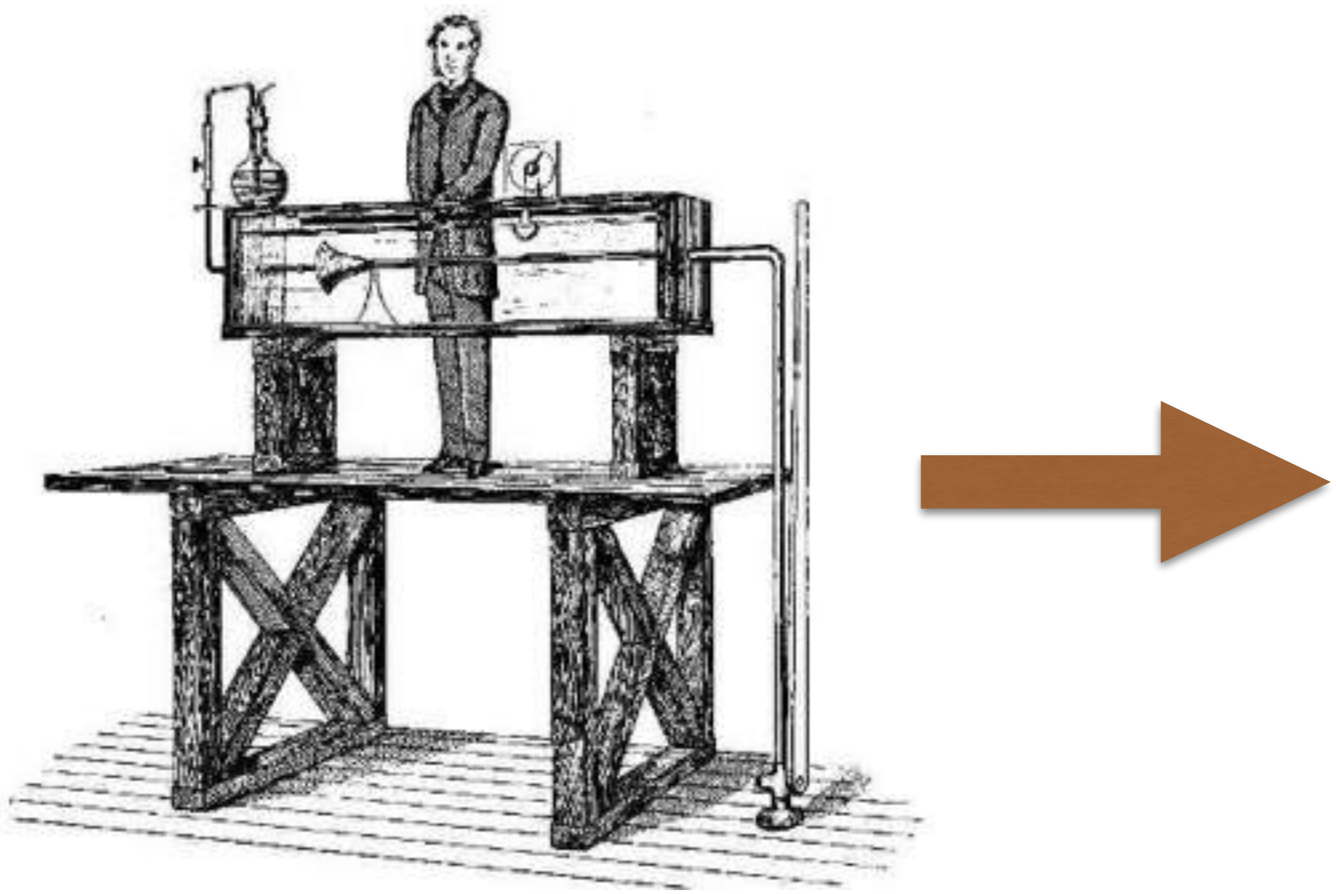
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
gustavo.anjos@uerj.br

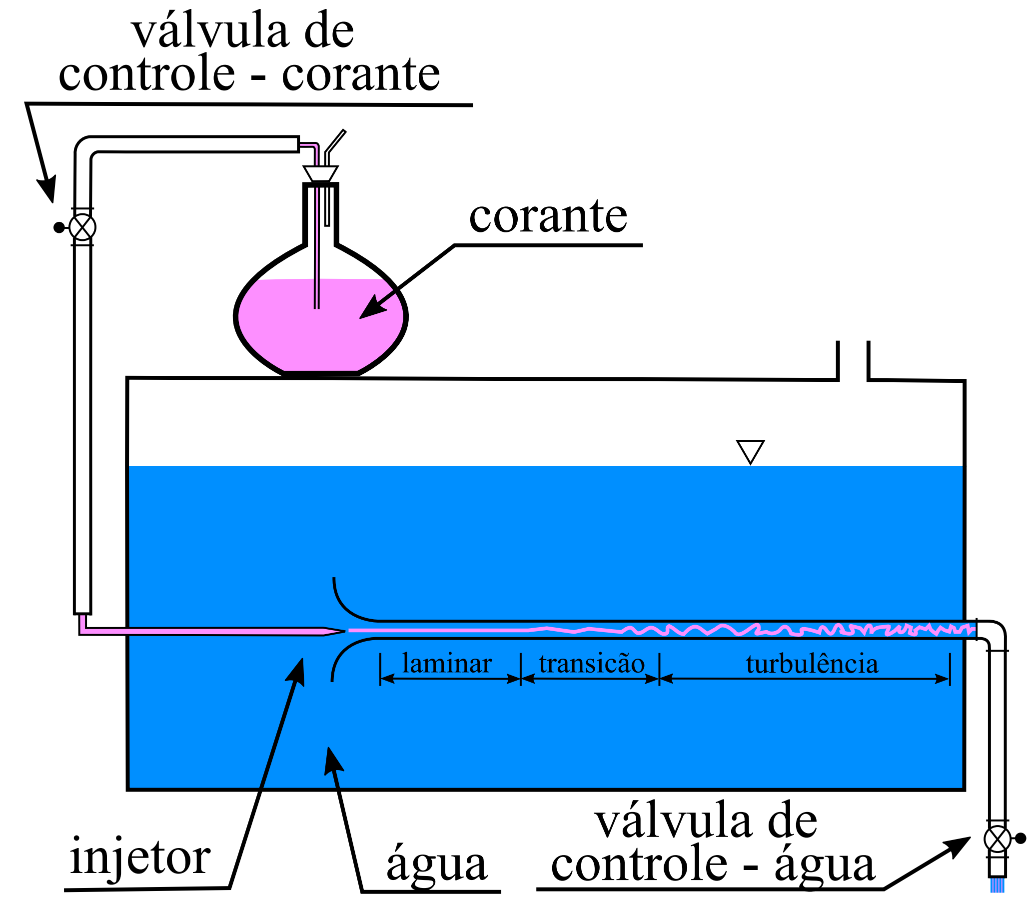
1o. período, 2015

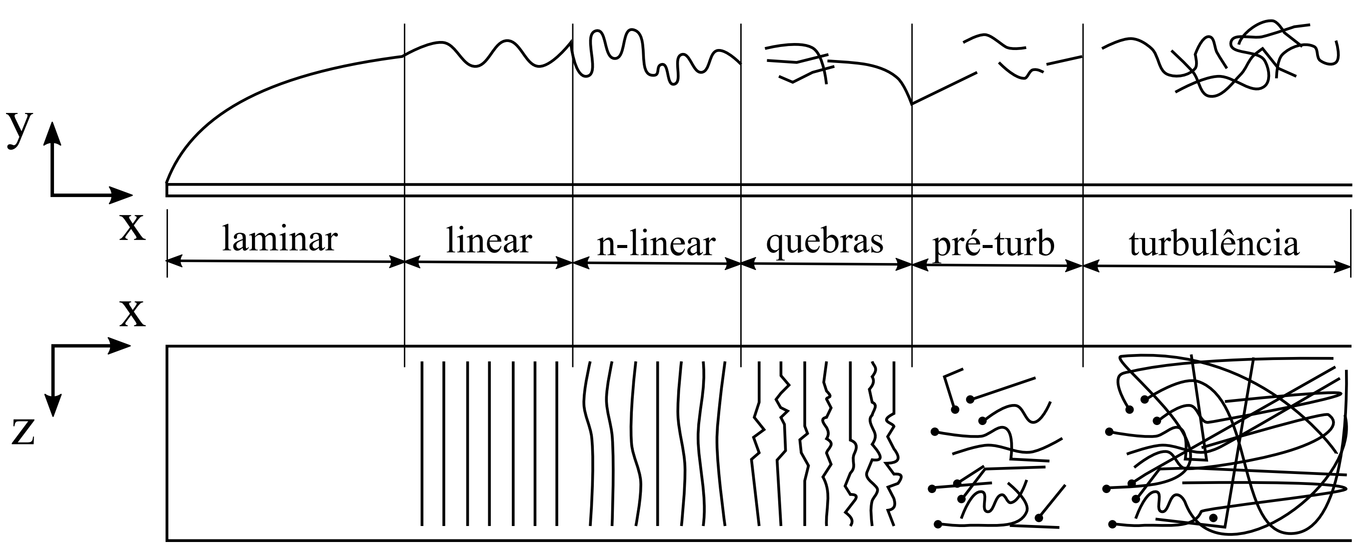
Tópicos da aula

- Revisão de escoamento laminar em canal;
- Introdução à Turbulência em dinâmica de fluidos;
- Conceitos de turbulência;
- A modelagem matemática da turbulência;
    - modelo de zero-equação;
    - modelo de uma equação;
    - modelos de duas equações;

Laminar X turbulento







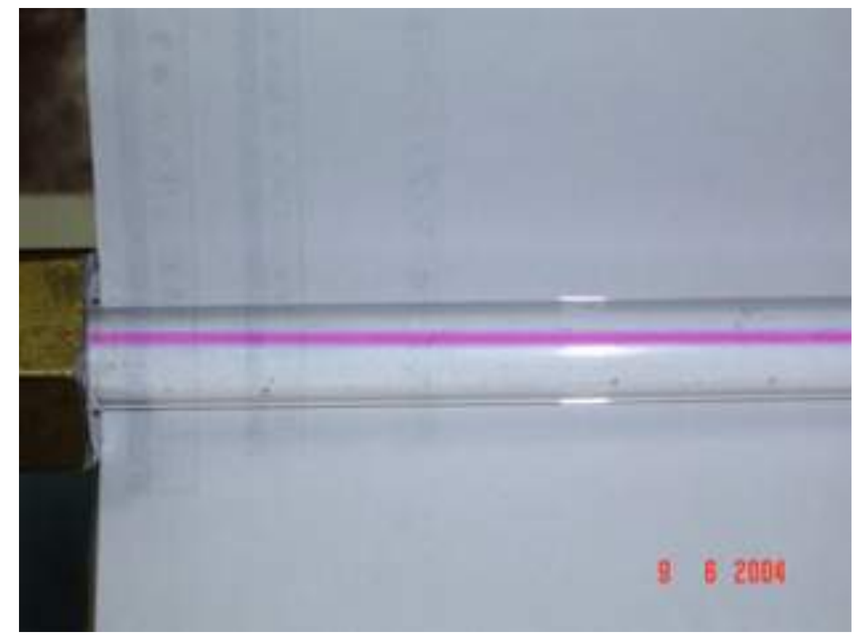
Reynolds $\longrightarrow 0$ efeitos viscosos predominantes

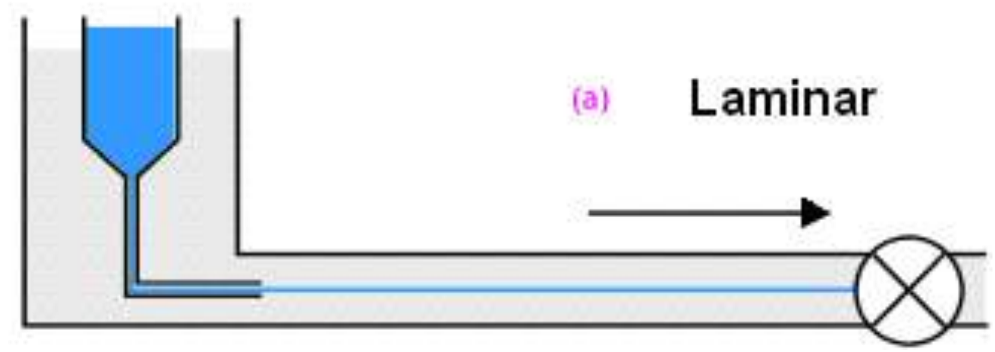
Reynolds $\longrightarrow \infty$ efeitos inerciais predominantes

escoamento laminar

Revisão de escoamento laminar

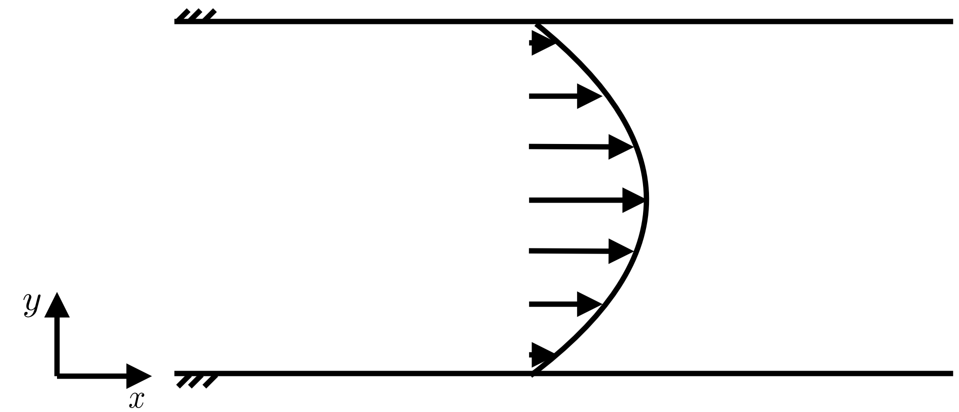
- baixo grau de mistura, escoamento comportado;
- determinístico, previsível;
- poucas escalas representativas do escoamento;
- número de Reynolds baixo.





Equações do movimento

canal 1D, escoamento incompressível, permanente, fluido newtoniano, viscosidade constante, sem gravidade, coordenadas cartesianas.



$$\cancel{\frac{\partial u}{\partial t}} + \cancel{u\frac{\partial u}{\partial x}} + \cancel{v\frac{\partial u}{\partial y}} + \cancel{w\frac{\partial u}{\partial z}} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\left[\cancel{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \cancel{\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}}\right] + \cancel{g_x}$$

$$\cancel{\frac{\partial v}{\partial t}} + \cancel{u\frac{\partial v}{\partial x}} + \cancel{v\frac{\partial v}{\partial y}} + \cancel{w\frac{\partial v}{\partial z}} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \nu\left[\cancel{\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}} + \cancel{\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}} + \cancel{\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}}\right] + \cancel{g_y}$$

$$\cancel{\frac{\partial w}{\partial t}} + \cancel{u\frac{\partial w}{\partial x}} + \cancel{v\frac{\partial w}{\partial y}} + \cancel{w\frac{\partial w}{\partial z}} = \cancel{-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}} + \nu\left[\cancel{\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}} + \cancel{\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}} + \cancel{\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}}\right] + \cancel{g_z}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \cancel{\frac{\partial w}{\partial z}} = 0$$

Equações do movimento

- conservação de quantidade de movimento em x:

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \longrightarrow \quad u(y) = \frac{1}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial x}y^2 + C_1 y + C_2$$

- conservação de quantidade de movimento em y:

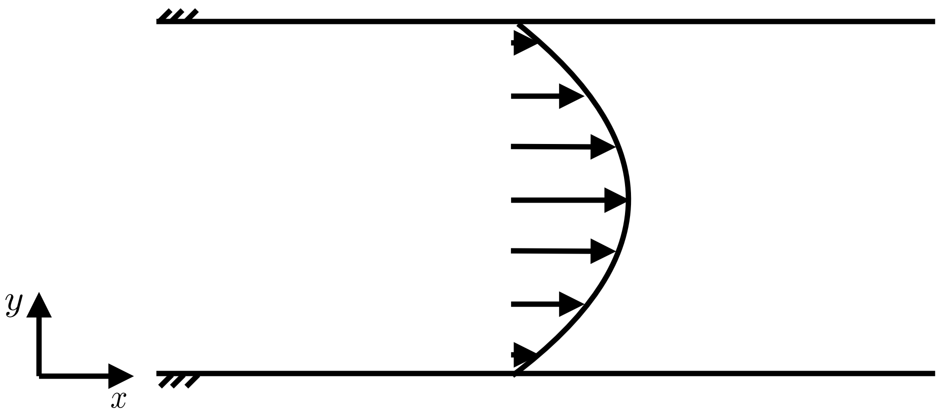
$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad \longrightarrow \quad p_y = \mathrm{const}$$

- conservação de massa:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \longrightarrow \begin{matrix}\text{completamente}\\ \text{desenvolvido}\end{matrix} \longrightarrow \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Equações do movimento

canal 1D, escoamento incompressível, transiente, fluido newtoniano, viscosidade constante, sem gravidade, coordenadas cartesianas.



na direção x:

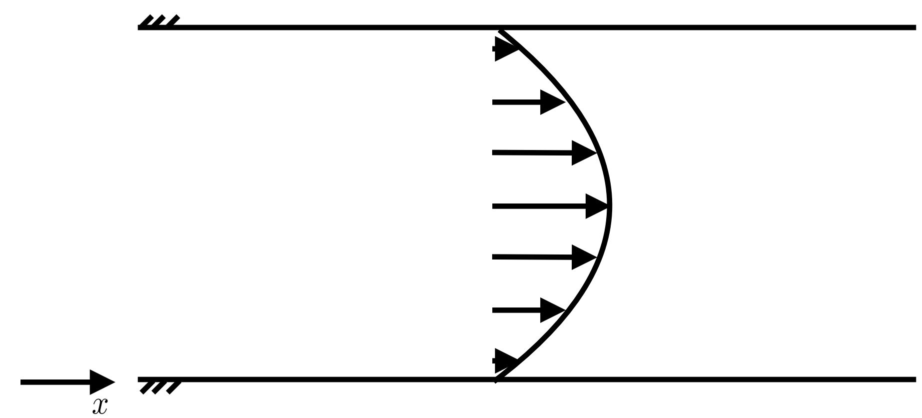
$$\frac{\partial u}{\partial t} - \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

na direção y:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}$$

Equações do movimento

canal 1D, escoamento incompressível, permanente, fluido newtoniano, viscosidade variável, sem gravidade, coordenadas cartesianas.



na direção x:

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\nu\frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

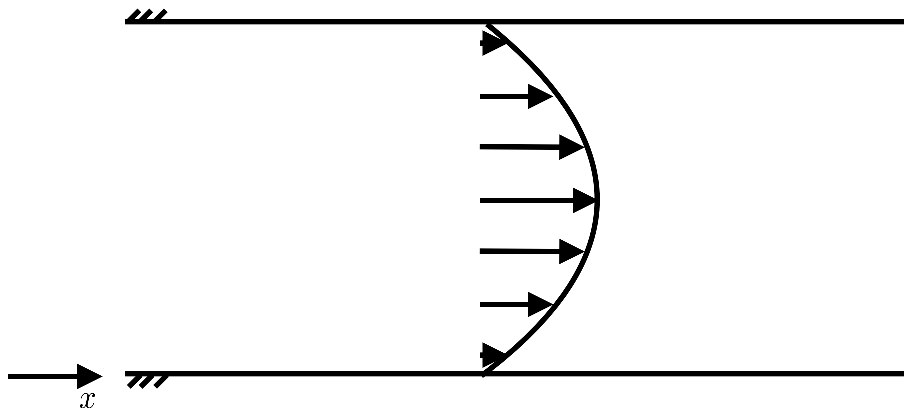
função de y

na direção y:

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

Equações do movimento

canal 1D, escoamento incompressível, transiente, fluido newtoniano, viscosidade variável, sem gravidade coordenadas cartesianas.



na direção x:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial y}\nu\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

função de y

na direção y:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}$$

Turbulência
(turbulence)

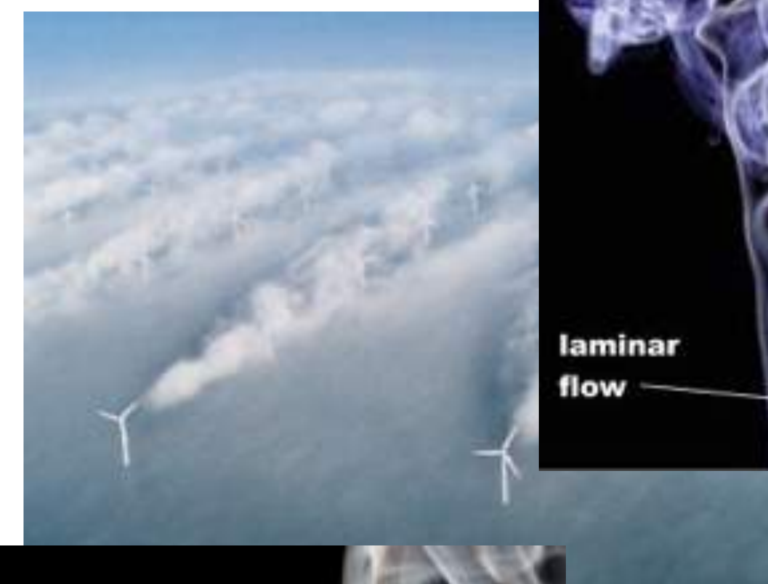
Introdução

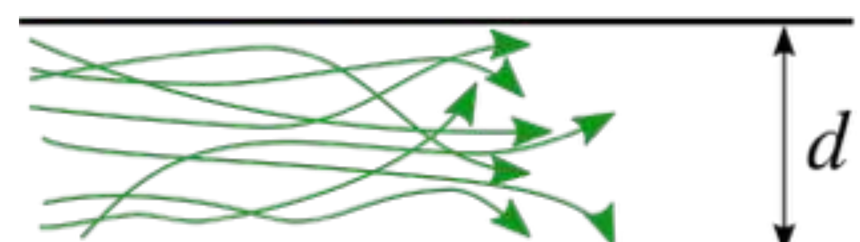
- alto grau de mistura;

- imprevisibilidade, no sentido de que uma pequena incerteza nas condições iniciais são suficientes para tornar impossível uma predição determinística de sua evolução;

- grande número de escalas representativas do escoamento. Nota-se que as menores escalas têm grande influência nas grandes escalas;

- número de Reynolds alto.





Conceitos de turbulência

- **métodos determinísticos**: utilização das equações que regem o escoamento de fluidos;
- **métodos estatísticos**: funções que descrevem as váias flutuações do campo são estatisticamente invariantes quando sujeitas a movimentação da partícula de fluido;
- **turbulência isotrópica**: a isotropia é a uniformidade de propriedade em todas as direções. Na realidade, a turbulência não é isotrópica, porém assim é considerada para facilitar o processo de modelagem estatística;

Modelagem matemática

- separação do escoamento (pressão e velocidade) em 2 parcelas: escoamento médio e escoamento turbulento:

$$u_i = \overline{U}_i + u_i' \longrightarrow$$

turbulenta (perturbação)

escoamento médio

$$p = \overline{P} + p' \longrightarrow$$

turbulenta (perturbação)

pressão média

- Posterior passagem da média:

$$\frac{\overline{\partial \overline{U}_i}}{\partial x_i}$$

Equação da Continuidade

- separação do escoamento:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial(\overline{U}_i + u_i')}{\partial x_i} = 0$$

- passagem da média:

$$\overline{\frac{\partial(\overline{U}_i + u_i')}{\partial x_i}} = \overline{\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_i}} + \underbrace{\cancel{\overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_i}}}}_{=0} \longrightarrow \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_i} = 0$$

propriedades:

i) $\overline{u} = \overline{\overline{u} + u'} = \overline{\overline{u}} + \overline{u'}$

$\overline{u} = \overline{u} + \overline{u'} \rightarrow \overline{u'} = 0$

ii) $\overline{\alpha u} = \alpha \overline{u}$

iii) $\overline{\alpha u'} = 0$

iv) $\overline{u' u'} \neq 0$

v) $\overline{\overline{u} u'} = \overline{u}\,\overline{u'} = 0$

Equação de Navier-Stokes

- separação do escoamento:

$$\frac{\partial(\overline{U}_i + u_i')}{\partial t} + (\overline{U}_j + u_j')\frac{\partial(\overline{U}_i + u_i')}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\overline{P} + p')}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial^2(\overline{U}_i + u_i')}{\partial x_j \partial x_j}$$

- passagem da média:

$$\overline{\frac{\partial(\overline{U}_i + u_i')}{\partial t}} + \overline{(\overline{U}_j + u_j')\frac{\partial(\overline{U}_i + u_i')}{\partial x_j}} = \overline{-\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\overline{P} + p')}{\partial x_i}} + \overline{\nu\frac{\partial^2(\overline{U}_i + u_i')}{\partial x_j \partial x_j}}$$

$$\frac{\partial\overline{U}_i}{\partial t} + \overline{U}_j\frac{\partial\overline{U}_i}{\partial x_j} + \overline{u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j}} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial\overline{P}}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial^2\overline{U}_i}{\partial x_j \partial x_j}$$

Equação de Navier-Stokes

- outra forma de escrever a equação

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial t} + \overline{U}_j \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \overline{u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{P}_i}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \overline{U}_i}{\partial x_j \partial x_j}$$

tensor de Reynolds τ_{rey}

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial t} + \overline{U}_j \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{ -\overline{u_i u_j} - \frac{1}{\rho}\overline{P}\delta_{ij} + \nu\left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i}\right)\right\}$$

hipótese de Boussinesq

$$-\overline{u_i u_j} = -\frac{2}{3}k\delta_{ij} + \nu_t\left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i}\right)$$

Hipótese de Boussinesq

- na equação com divergente:

$$-\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{ \overbrace{-\frac{2}{3}k\delta_{ij}}^{\text{tensões normais de Reynolds}} + \overbrace{\nu_t\left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i}\right)}^{\text{tensões cisalhantes de Reynolds}} \right\}$$

energia cinética turbulenta

viscosidade turbulenta (propriedade do escoamento)

- note que:

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{2}{3}k\delta_{ij}\right) = \frac{2}{3}\frac{\partial k}{\partial x_i}$$

Hipótese de Boussinesq

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial t} + \overline{U}_j \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu_t \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{\rho} \overline{P^*} \delta_{ij} + \nu \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial t} + \overline{U}_j \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ -\frac{1}{\rho} \overline{P^*} \delta_{ij} + (\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) \right\}$$

- onde:

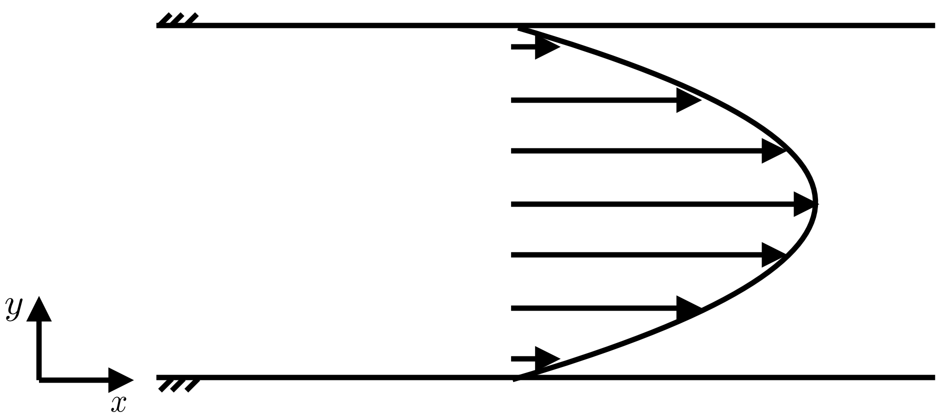
$$\overline{P^*} = \overline{P} + \frac{2}{3} k \qquad k = \frac{1}{2} (\overline{u_i' u_i'}) = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$$

- reescrevendo a equação:

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial t} + \overline{U}_j \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P^*}}{\partial x_i} + (\nu + \nu_t) \frac{\partial^2 \overline{U}_i}{\partial x_j \partial x_j}$$

Escoamento turbulento no canal

canal 1D, escoamento incompressível, transiente, fluido newtoniano, viscosidade variável, coordenadas cartesianas.



na direção x: $\overrightarrow{}$

$$\frac{\partial \overline{U}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial y}(\nu + \nu_t)\frac{\partial \overline{U}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{P^*}}{\partial x}$$

na direção y: $\overrightarrow{}$

$$\frac{\partial \overline{V}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{P^*}}{\partial y}$$

Como modelar τ_{rey} ?

$$\tau_{\mathrm{rey}} = -\overline{u_i u_j} = -\frac{2}{3}k\delta_{ij} + \nu_t\left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i}\right)$$

1. modelos de transporte do tensor de Reynolds, onde o tensor τ_{rey} é modelado diretamente.
2. modelos de viscosidade turbulenta, onde a modelagem do tensor de Reynolds τ_{rey} é feita indiretamente através da modelagem da viscosidade turbulenta ν_t.

Classificação dos modelos

1. modelo de **zero** equação (algébrico): largamente utilizados em engenharia para escoamentos cisalhantes simples.
2. modelo de **uma** equação (equação diferencial): foram bastante utilizados no início do desenvolvimento de modelos turbulentos.
3. modelo de **duas** equações (k-epsilon, k-omega): são os mais populares por fornecer boa precisão na modelagem de escoamentos turbulentos.

$\Bigg\}$ modelos de viscosidade turbulenta: depende de ν_t

4. modelos algébricos para o tensor de Reynolds: utilizados para escoamentos que apresentam curvatura e rotação.
5. models para o tensor de Reynolds: desenvolvidos para modelagem de escoamentos com grande variedade de efeitos (tri-dimensionalidade, curvatura, rotação etc.).

$\Bigg\}$ modelos do tensor de Reynolds: **não** depende de ν_t

Modelos de viscosidade turbulenta

$$\color{red}{\nu_t} = u_c l_c \rightarrow$$ comprimento característico

$\rightarrow$ velocidade característica $$u_c = l_c \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\color{red}{\nu_t} = l_c^2 \frac{\partial u}{\partial y}$$



Classificação dos modelos

- modelo de **zero** equação (algébrico)

Modela turbulência através de uma equação algébrica, relacionando velocidade e comprimento característicos

Classificação dos modelos

- modelo de **uma** equação (algébrico - diferencial)

$$\nu_t = c_\mu \sqrt{k} L$$

Modela turbulência através de uma equação de transporte para a velocidade característica

Modelo a uma equação

- sequência de cálculo

iniciar todas as variáveis;

processo iterativo até convergência:

resolver as equações paras velocidades médias e pressão;

resolver equação para energia cinética turbulenta κ;

calcular L;

calcular a viscosidade turbulenta ν_t;

verificar convergência de todas as variáveis;

incrementar passo de tempo.

Classificação dos modelos

- modelo de **duas** equações (diferencial - diferencial)

Modela turbulência através de duas equações de transporte, uma para a velocidade característica e outra para o comprimento característico.